付け爪型センサを用いたケプストラム分析及び MUSIC 法に基づく 心拍推定

Heart Rate Estimation Based on Cepstrum Analysis and MUSIC Method Using Nail Tip Sensor

梶谷奈未†

北村大地[†] †香川高等専門学校 石井耕平†

Nami KAJITANI[†]

Daichi KITAMURA[†]

[†]National Institute of Technology, Kagawa College

Kohei ISHI[†]

アブストラクト 不快な装着感が無く長期間にわたる強 固な固定が可能なウェアラブルセンサとして,付け爪型 センサが提案されている.このセンサでは,指先の血流の 変化によって光電脈波信号が得られるため,実生活環境 下での常時心拍モニタリングへの応用が期待されている. 本研究では,実生活環境下において付け爪型センサから得 られた光電脈波信号に対して,音響信号処理分野で一般 的なケプストラム分析及び multiple signal classification (MUSIC)法に基づく心拍推定を行い,その推定精度に ついて検討する.

1 はじめに

在宅医療では、患者の健康状態を管理するために、遠 隔でモニタリングを行うことが重要である.この目的の ために、患者は心拍や血圧等の情報を取得するセンサを 装着し続ける必要があり、その煩雑さから生活の質の低 下を招く問題がある.この問題の解決として、文献[1]で は、Fig.1に示すような、不快な装着感のない付け爪型の 遠隔モニタリング用センサが開発されている.試作され た付け爪型センサは、Fig.2のような小型脈拍計測回路 を搭載しており、爪に固定した状態で長時間の光電脈波 信号(photoplethysmogram: PPG)を測定することがで きる.この PPG を解析することで心拍が推定でき、冒頭 で述べた在宅医療における遠隔モニタリングへの応用が 期待されている.

付け爪型センサで得られる PPG は,指先の血管の膨 張や収縮に起因する反射光の変動を測定したものである. この信号の基本周波数は通常心拍数と一致する.従って, 測定された PPG の基本周波数を推定することで心拍の推 定値が得られるが,生活環境下では,指先の運動や圧力 の変化等の外乱が混在するため,頑健な心拍の推定は困 難な問題となる.文献 [1] では, PPG に対してデッドタ イムを設けたゼロクロス法を適用し心拍を解析している



Fig 1: Nail tip sensor system [1].



Fig 2: Tiny PPG sensor circuit and its application [1].

が,その推定結果は外乱の影響を強く受けてしまい,推 定精度の劣化が生じている.また理想的には,デッドタイ ムの設定値は心拍の真値に合わせて変動させるべきパラ メータであるが,その具体的な方法は提案されておらず, 常に一定の値を用いているという問題もある.

本稿では、付け爪型センサで得られる PPG に対して、 より外乱に頑健かつ高精度な心拍の推定方法を検討する. この推定問題は、音響信号処理で一般的な基本周波数推定 と等価であることから、音響信号処理で広く用いられてい るケプストラム分析 [2] と多重信号分類(MUltiple SIgnal Classification: MUSIC) 法 [3] を PPG に適用する.

2 付け爪型センサの概要

2.1 特徴

文献 [1] で提案されている付け爪型センサの利点は以下の3点である.

- 爪には感覚神経が無いため、不快な装着感がない
- 爪は組織が固いため、数週間固定を維持できる
- 複数の爪に装着することで多点同時計測ができ、より
 発展的な計測が期待できる

2.2 動作原理

センサシステムの概要と外観図を Figs. 1 及び2に示す. 付け爪型センサ本体には脈波計測回路,バッテリー,無 線送信機,及び制御用マイコンが搭載されている. 脈波 計測回路にて観測された PPG は,無線通信により外部の 受信機へ送られる. さらに,インターネット回線を通じ て遠隔地にあるモニタリング端末へと情報を送ることが 可能である.

2.3 測定波形

文献 [1] で実施された 24 時間の測定実験で、付け爪型 センサから得られた PPG 及び心臓付近に取り付けた電 極から得られた心電信号(electrocardiograph: ECG)を Fig. 3 に示す. まず, Fig. 3 (a) で示す 24 時間全体の波形 を見ると、大部分において波形がクリッピングしているこ とが分かる.これは、日常的な活動の動作時に生じる(心 拍以外の) 信号(本稿ではこれをノイズ信号と考える) が 加算されることによって、センサの測定可能範囲を超えて しまうことが原因である.しかしながら, Fig. 3 (b) 左列 に示す睡眠時の拡大波形では、PPG 及び ECG のいずれ の波形も心拍に由来すると思われる波形(本稿ではこれ を目的信号と考える)が測定されている.ただし, ECG はスパイク状の目的信号が現れるのに対し、付け爪型セ ンサで得られる PPG の目的信号は高周波成分をあまり含 まない波形となっている. Fig. 3 (b) 中央列の通常活動下 や, Fig. 3 (c) 右列の激しい運動中では, 運動の激しさに 応じてノイズ信号が増し、心拍に由来する信号の SN 比が 低下する.

3 基本周波数推定法を用いた心拍推定

3.1 信号の前処理

観測した PPG を $(x_{\text{raw}}[t])_{t=1}^{T}$ とする. ここで, $t = 1, 2, \cdots, T$ は離散時間インデクスであり, T は観測時間 長である. この信号を零平均の信号 $(x[t])_{t=1}^{T}$ に変換する.

$$x[t] = x_{\text{raw}}[t] - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} x_{\text{raw}}[t]$$
(1)



Fig 3: Observed PPG (top) and ECG (bottom) signals for (a) 24 hours and (b) five seconds.

次に, $(x[t])_{t=1}^{T}$ を短時間区間信号に分割する.短時間 区間の信号長を *L*,短時間区間のシフト長を *S* とすると, $(x[t])_{t=1}^{T}$ の短時間区間信号への分割は次式で表される.

$$x_{s}[i,l] = x[l + (i-1)S]$$
(2)

ここで, $i = 1, 2, \dots, I$ は短時間区間インデクス, $l = 1, 2, \dots, L$ は短時間区間内の離散時間インデクスを表す.

3.2 ケプストラム分析に基づく心拍推定

ケプストラム分析 [2] では,まず $(x_{s}[i,l])_{l=1}^{L}$ に何らかの 窓関数 $(w[l])_{l=1}^{L}$ を乗じて L 点離散 Fourier 変換(discrete Fourier transform: DFT)を施し,短時間区間の複素ス ペクトル $(F[i,\omega])_{\omega=1}^{\Omega}$ を得る.

$$F[i,\omega] = \sum_{l=1}^{L} w[l] x_{\rm s}[i,l] \exp\left[-j\frac{2\pi(\omega-1)(l-1)}{L}\right] \quad (3)$$

ここで, j = $\sqrt{-1}$ であり, $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ は離散周波 数インデクスである (但し $\Omega = L$). 実数ケプストラム $(C[i,q])_{q=1}^{Q}$ は $(F[i,\omega])_{\omega=1}^{\Omega}$ の絶対値の対数を逆 DFT し て得られる.

$$C[i,q] = \frac{1}{\Omega} \sum_{\omega=1}^{\Omega} \log |F[i,\omega]| \exp \left[j\frac{2\pi(\omega-1)(l-1)}{L}\right]$$
(4)

ここで、 $q = 1, 2, \cdots, Q$ はケフレンシーと呼ばれるケプス トラム領域のインデクスである(但しQ = L).即ち、ケ プストラム $(C[i,q])_{q=1}^{Q}$ は対数スペクトルのスペクトル¹ であり、基本周波数 $f_{o}[i]$ とその倍音 $(nf_{o}[i])_{n=2}^{N}$ の周波 数をもつ正弦波から成る目的信号のスペクトル解析がで きるため、基本周波数推定に用いられる.なお、ケプス トラム $(C[i,q])_{q=1}^{Q}$ の時間変動はケプストログラムと呼ば れる.

短時間区間毎の基本周波数の推定値 $(f_o[i])_{i=1}^I$ は,次式 のようにケプストラム $(C[i,q])_{q=1}^Q$ が最大値を取るケフレ ンシーインデクス $(\hat{q}_o[i])_{i=1}^I$ から求められる.

$$\hat{f}_{\rm o}[i] = f_{\rm s}/(\hat{q}_{\rm o}[i] - 1)$$
 (5)

$$\hat{q}_{\rm o}[i] = \arg\max_{q} C[i,q] \tag{6}$$

ここで、 f_s は信号のサンプリング周波数である.実際は、 基本周波数の推定範囲の下限 f_{\min} と上限 f_{\max} を事前に 定めたうえで、それらに対応するケフレンシーインデク スの下限 q_{\min} = round(f_s/f_{\max} + 1)及び上限 q_{\max} = round(f_s/f_{\min} + 1)の範囲内で(6)の最大値探索を行う. ここで、round(·)は整数への丸め処理を表す.なお心拍は 一般的に beat per minute (bpm)で表現されるため、推 定心拍は $\hat{h}_o[i] = 60\hat{f}_o[i]$ となる.

3.3 MUSIC 法に基づく心拍推定

MUSIC 法 [3] は部分空間法に基づく信号の分類手法で あり,センサーアレイ信号処理で信号の到来方向推定によ く用いられる.一方で,時間信号に MUSIC 法を適用し基 本周波数を推定する手法 [4], [5] も提案されており,ノイズ に対して頑健という特徴がある.本稿では,この MUSIC 法による基本周波数推定を PPG からの心拍推定に応用 する.

まず,短時間区間信号 $(x_{s}[i,l])_{l=1}^{L}$ 中の長さ K (但し K < L)の部分信号を切り出して次式のようにベクトル で定義する.

$$\boldsymbol{x}_{i,m} = \begin{bmatrix} x_{s}[i, 1 + (m-1)P] \\ \vdots \\ x_{s}[i, k + (m-1)P] \\ \vdots \\ x_{s}[i, K + (m-1)P] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{K}$$
(7)

ここで, m = 1, 2, ..., M は $x_s[i, l]$ 中の部分信号インデ クス, k = 1, 2, ..., K は部分信号内の離散時間インデク ス, P は部分信号を切り出す際のシフト長をそれぞれ表 す. このベクトルより, *i* 番目の短時間区間の信号相関行 列 **R**_i が次式のように得られる.

$$\boldsymbol{R}_{i} = \mathbb{E}[\boldsymbol{x}_{i,m}\boldsymbol{x}_{i,m}^{\mathrm{T}}]$$

$$\approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{x}_{i,m} \boldsymbol{x}_{i,m}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{K \times K}$$
(8)

ここで, .^T は転置を表す.

MUSIC 法では,信号相関行列 R_i の部分空間から目的 信号成分とノイズ成分を分離し,MUSIC スペクトルと呼 ばれる特徴量を算出する.信号相関行列 R_i を固有値分解 すると,次式となる.

$$\boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{V}_i \boldsymbol{\Lambda}_i \boldsymbol{V}_i^{-1} \tag{9}$$

$$\mathbf{\Lambda}_{i} = \begin{bmatrix} \lambda_{i,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{i,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{i} \end{bmatrix}$$
(10)

$$\boldsymbol{V}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{i,1} & \boldsymbol{v}_{i,2} & \cdots & \boldsymbol{v}_{i,K} \end{bmatrix}$$
 (11)

ここで、 $\lambda_{i,k}$ は \mathbf{R}_i の固有値であり、 $\lambda_{i,1} \ge \lambda_{i,2} \ge \cdots \ge \lambda_{i,K}$ のように降順に並んでいるものとする.また、 $\mathbf{v}_{i,k}$ は $\lambda_{i,k}$ に対応する固有ベクトルである.いま、短時間区 間信号 $(x_{s}[i,l])_{l=1}^{L}$ が次式のように表されると仮定する.

$$x_{\rm s}[i,l] = s[i,l] + \rho[i,l]$$
 (12)

$$s[i,l] = \sum_{n=1}^{N} A_n[i] \sin(2\pi n f_0[i]l + \theta_n[i])$$
(13)

ここで, $A_n[i]$ 及び $\theta_n[i]$ は n 次基本成分の振幅及び位相差 をそれぞれ表し, $(\rho[i,l])_{l=1}^L$ は $(s[i,l])_{l=1}^L$ と無相関なノイ ズ信号である.即ち,観測信号は基本周波数 $f_o[i]$ とその 倍音 $(nf_o[i])_{n=2}^N$ の周波数をもつ正弦波から成る目的信号 $(s[i,l])_{l=1}^L$ とノイズ信号 $(\rho[i,l])_{l=1}^L$ の混合と仮定する.も し各信号のパワー比が $\sum_{l=1}^L |s[i,l]|^2 \gg \sum_{l=1}^L |\rho[i,l]|^2$ で あれば,式 (9) で得られる固有値のうち,上位 2N 番目ま での固有値 $(\lambda_{i,n})_{n=1}^{2N}$ に対応する固有ベクトル $(v_{i,n})_{n=1}^{2N}$ が目的信号 $(s[i,l])_{l=1}^L$ の部分空間を張り,残りの固有値 $(\lambda_{i,n})_{n=2N+1}^K$ に対応する固有ベクトル $(v_{i,n})_{n=2N+1}^K$ がノ イズ信号 $(\rho[i,l])_{l=1}^L$ の部分空間を構成する².従って,式 (9) は次式のように分解できる.

$$\boldsymbol{R}_{i} = \boldsymbol{U}_{i}^{(s)} \boldsymbol{D}_{i}^{(s)} {\boldsymbol{U}_{i}^{(s)}}^{-1} + \boldsymbol{U}_{i}^{(\rho)} \boldsymbol{D}_{i}^{(\rho)} {\boldsymbol{U}_{i}^{(\rho)}}^{-1}$$
(14)

$$\boldsymbol{D}_{i}^{(s)} = \begin{bmatrix} \lambda_{i,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{i,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{i,2N} \end{bmatrix}$$
(15)

¹より厳密には、 $\log |F[i, \omega]|$ は ω に関して偶関数であるため、実数 ケプストラム C[i, q] は $\log |F[i, \omega]|$ の cos 展開係数といえる.

²目的信号に対応する固有値の数が正弦波の数 N の 2 倍となるのは, 式 (13) において実数正弦波の重ね合わせを仮定しているためである. 複素正弦波の重ね合わせであれば,対応する固有値の数と正弦波個数は 一致する [5].

$$\mathbf{U}_{i}^{(s)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i,1} & \mathbf{u}_{i,2} & \cdots & \mathbf{u}_{i,2N} \end{bmatrix}$$
(16)
$$\mathbf{D}_{i}^{(\rho)} = \begin{bmatrix} \lambda_{i,2N+1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{i,2N+2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{i,K} \end{bmatrix}$$
(17)
$$\mathbf{U}_{i}^{(\rho)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i,2N+1} & \mathbf{u}_{i,2N+2} & \cdots & \mathbf{u}_{i,K} \end{bmatrix}$$
(18)

理想的には,式(14)の第一項及び第二項がそれぞれ目的 信号の信号相関行列及びノイズ信号の信号相関行列に対 応する.

MUSIC スペクトルは、ノイズ信号の固有ベクトル $(\boldsymbol{u}_{i,k})_{k=2N+1}^{K}$ ($\boldsymbol{U}_{i}^{(\rho)}$ の列ベクトル)を用いて次式で計算 される.

$$G[i, \gamma] = \frac{1}{\sum_{k=2N+1}^{K} |\boldsymbol{u}_{i,k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b}[\gamma]|^2}$$
(19)
$$\boldsymbol{b}[\gamma] = \begin{bmatrix} 1\\ e^{-j\frac{2\pi(\gamma-1)}{K}}\\ e^{-j\frac{4\pi(\gamma-1)}{K}}\\ \vdots\\ e^{-j\frac{2\pi(K-1)(\gamma-1)}{K}} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^K$$
(20)

ここで, $\gamma = 1, 2, \dots, \Gamma$ は離散周波数インデクスである (但し $\Gamma = K$). $b[\gamma]$ は DFT 基底であるため, $u_{i,k}^{T}b[\gamma]$ はノイズ信号の固有ベクトル $u_{i,k}$ の DFT そのものであ る.式(19)はノイズ信号の固有ベクトルの DFT が分母 にあることから, MUSIC スペクトル ($G[i, \gamma]$) $_{\gamma=1}^{\Gamma}$ は,目 的信号 (s[i, l]) $_{l=1}^{L}$ の部分空間に対応する周波数(式(13) における正弦波周波数(nf_{o}) $_{n=1}^{N}$)で顕著なピークを持つ. 従って,ノイズ信号に対して頑健に基本周波数の推定が 可能となる.

短時間区間毎の基本周波数の推定値 $(\hat{f}_{o}[i])_{i=1}^{I}$ は,次式 のように MUSIC スペクトル $(G[i,\gamma])_{\gamma=1}^{\Gamma}$ が最大値を取る 周波数インデクス $(\hat{\gamma}_{o}[i])_{i=1}^{I}$ から求められる.

$$\hat{f}_{\rm o}[i] = \frac{f_{\rm s}}{K} (\hat{\gamma}_{\rm o}[i] - 1)$$
 (21)

$$\hat{\gamma}_{\rm o}[i] = \arg\max_{\gamma} G[i,\gamma] \tag{22}$$

ケプストラム分析の場合と同様に、実際は推定範囲の下限 f_{\min} と上限 f_{\max} に対応する離散周波数インデクスの下限 γ_{\min} = round(Kf_{\min}/f_{s} + 1)及び上限 γ_{\max} = round(Kf_{\max}/f_{s} +1)の範囲内で(22)の最大値探索を行う.

4 実験

4.1 実験条件

本稿では、2.3 節で示した PPG 及び ECG の測定波形 [1] に対して、ケプストラム分析及び MUSIC 法に基づく心 拍推定を適用し,その精度について議論する.具体的な 測定条件は文献 [1] を参照されたい.なお,今回の実験で は心拍の真値は定かではない問題があるが,PPGの解析 結果及び PPG と同時に測定した ECG の解析結果がどの 程度整合するかを確認し,付け爪型センサから得られる PPG の有用性について議論する.但し,ECG による心 拍測定は通常仰臥位かつ平静状態で記録するものである ため,Fig.3 に示すような日常的な活動下で測定された ECG による推定心拍も多分に誤差が含まれている点に注 意する必要がある.

心拍推定においては、PPG 及び ECG のサンプリング 周波数 f_s を測定時の 1 kHz から 20 Hz にダウンサンプリ ングして解析した.また、心拍の推定範囲は 35–210 bpm ($f_{min} = 0.58$ Hz 及び $f_{max} = 3.5$ Hz)に制限した.短時 間信号長は L = 1024 (51.2 s)とした.ケプストラム分 析では、短時間区間のシフト長を S = L/4, DFT の窓関 数 (w[l]) $_{l=1}^{L}$ をハミング窓に設定した.また MUSIC 法で は、短時間区間のシフト長を S = L (π - π - π - π)プ無 し)、式 (7)の部分信号長を K = L/2,部分信号のシフ ト幅を P = K/32,仮定する目的信号中の正弦波の個数 を N = 1 に設定した.

4.2 推定結果

測定された 24 時間の PPG 及び ECG の解析結果をそ れぞれ Figs. 4 及び 5 に示す. なお,文献 [1] には各時刻 における動作の詳細があるため,合わせて参照されたい.

まず, Figs. 4 及び5の上端に示したスペクトログラムに 着目する. これらを見ると,基本周波数とその倍音成分と 思われる目的信号成分の軌跡を確認できる. しかし,活動 状態によっては波形がクリッピングし,全周波数にエネル ギー現れて目的信号成分が確認できなくなる. 特に, PPG はその割合が多く,例えば 22:00-23:00 及び 08:00-12:00 はノイズ信号の成分が支配的である. ECG は, PPG よ りも SN 比が良いが,それでもいくつかの時間帯で目的信 号の成分が確認できなくなる. なお,14:00-15:00 付近は 1.3 Hz 程度に強い基本周波数成分が現れているが,この 時間帯はランニング運動をしており,これは心拍ではな く体動に由来するノイズ信号の基本周波数成分と思われ る. このランニング運動中の実際の心拍は 2.0 Hz 以上と 予想され, ECG のスペクトログラムにはかすかに目的信 号と思しき成分が 2.5 Hz 付近に確認できる.

次に、PPG を用いたケプストラム分析及び MUSIC 法 に基づく心拍推定 $(\hat{h}_{o}[i])_{i=1}^{I}$ の結果 (Fig. 4 の中央と下端) を比較する.ケプストラム分析での推定心拍は値が激し く変動しているが、MUSIC 法の推定心拍は比較的穏やか である.特に 01:00–07:00 の睡眠時は MUSIC 法において 50–60 bpm といった尤もらしい心拍が高精度で推定でき



Fig 4: Analysis results using observed PPG, where spectrogram (top raw), cepstrogram (second raw), estimated heart rates based on cepstrum analysis (third raw), MUSIC spectrogram (fourth raw), and estimated heart rates based on MUSIC method (bottom raw) are depicted.

ていることが確認できる.ただし,MUSIC法は通常活動 時及び運動時の推定心拍が安定せず,ケプストラム分析 の方が(スパイク状の変動を無視すれば)辛うじて心拍 の変動のような軌跡が確認できる.この違いは,ケプス トログラム(Fig.4の上から2番目)とMUSICスペクト ログラム(Fig.4の上から4番目)でも確認でき,通常活 動時及び運動時はケプストログラムのピーク値が,睡眠 時は MUSIC スペクトルのピーク値が比較的精度良く現 れている.なお,いずれの推定心拍も,移動中央値フィル タ等を適用することでスパイク状の変動を除去でき,よ り尤もらしい滑らかな心拍の時間変化が得られる.

最後に, ECG に対する両手法の推定心拍(Fig. 5 の中 央と下端)について述べる.ケプストラム分析の結果は 通常活動時及び運動時の推定心拍が PPG よりも高精度で あるが,逆に睡眠時は PPG の推定心拍よりも不安定であ る. MUSIC 法の推定心拍も全体的に PPG の場合より不 安定である. これらの原因は, Fig. 3 (b) に示すような目 的信号の波形の違いによるものと思われる. ケプストラム 分析と MUSIC 法はいずれも,目的信号に対して式 (13) のような倍音構造を仮定しているため,心拍由来の信号が スパイク状になる ECG よりも,より正弦波に近い PPG の方が高精度な心拍推定ができたものと推察される,

5 まとめ

本稿では、付け爪型センサから得られる PPG にケプス トラム分析及び MUSIC 法に基づく基本周波数推定を適用



Fig 5: Analysis results using observed ECG, where spectrogram (top raw), cepstrogram (second raw), estimated heart rates based on cepstrum analysis (third raw), MUSIC spectrogram (fourth raw), and estimated heart rates based on MUSIC method (bottom raw) are depicted.

し、心拍の推定精度について議論した.結果より、PPGを 用いた心拍推定がある程度可能であることを確認した.ま た、ケプストラム分析は通常活動時及び運動時、MUSIC 法は睡眠時の PPG に対して高精度な推定心拍を与えるこ とが確認された.

参考文献

- K. Ishii and N. Hiraoka, "Nail tip sensor: toward reliable daylong monitoring of heart rate," *Trans. Electrical and Electronic Eng.*, vol. 15, no. 6, pp. 902–908, 2020.
- [2] IEEE Acoust., Speech, and Signal Process. Society, Digital Signal Process. Committee, *Programs for*

Digital Signal Processing, IEEE Press, New York, 1979.

- [3] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-34, no. 3, pp. 276–280, 1986.
- [4] M. G. Christensen, S. H. Jensen, S. V. Andersen, and A. Jakobsson, "Subspace-based fundamental frequency estimation," *Proc. EUSIPCO*, pp. 637– 640, 2004.
- [5] M. G. Christensen, A. Jakobsson, and S. H. Jensen, "Joint high-resolution fundamental frequency and order estimation," *IEEE Trans. Audio, Speech, and Lang. Process.*, vol. 15, no. 5, pp. 1635–1644, 2007.